

Durée : 2 heures**Coefficient : 1.5**

Les calculatrices de poche sont autorisées conformément à la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999. La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
Une feuille de papier millimétré est nécessaire.

MONTURE EQUATORIALE

Une monture équatoriale est un dispositif mécanique permettant de faire tourner un instrument astronomique (télescope ou lunette) autour de deux axes perpendiculaires :

- Un AXE HORAIRE, vertical : il passe par le centre de la terre et l'étoile polaire (sommet de la voûte céleste) ;
- Un AXE DE DECLINAISON, horizontal.

La rotation de l'instrument astronomique autour de l'axe de déclinaison permet de régler sa HAUTEUR par rapport à l'horizon.

La rotation de l'instrument astronomique autour de l'axe horaire permet de suivre le mouvement apparent des étoiles (en fait les étoiles sont "fixes" et c'est la terre qui tourne).

La motorisation de l'axe horaire d'une monture équatoriale amateur, à laquelle s'intéresse ce sujet, possède la structure suivante :



La **base temps** est constituée par un oscillateur astable : elle délivre un signal logique de fréquence proportionnelle à la fréquence de rotation du moteur pas à pas.

Le **séquenceur** est constitué par un ensemble de bascules : il délivre les signaux logiques de commande des interrupteurs statiques de l'interface de puissance.

L'**interface de puissance** est constituée par un ensemble d'interrupteurs statiques formant 2 ponts en H : elle permet l'alimentation des 2 phases du moteur pas à pas.

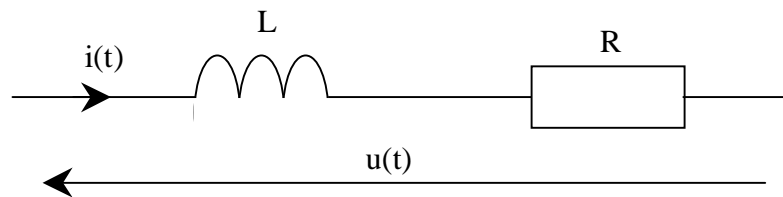
Le **moteur pas à pas** comporte un stator qui possède deux enroulements ou phases et 1 rotor à aimant permanent qui tourne **d'un pas à chaque impulsion** émise par la base de temps : il entraîne en rotation l'axe horaire de la monture équatoriale.

I – ETUDE DU MOTEUR PAS A PAS (7.5 points)

Ce moteur possède les caractéristiques suivantes :

- **Nombre de pas par tour $N_p=48$** : c'est le nombre de positions occupées par le rotor au cours d'une rotation de 360° ;
- **2 phases** ou enroulements : elles permettent, en les alimentant suivant une séquence convenable, de créer à la périphérie du stator un champ tournant de $N_p/2$ pôles qui occupent N_p positions ;
- **Rotor à aimant permanent multipolaire** : il comporte $N_p/2$ pôles qui occupent N_p positions ; c'est l'interaction entre les pôles du champ tournant incrémental statorique et les pôles rotoriques qui provoque la rotation du rotor ;
- **Bipolaire** : les phases du moteur sont alimentées avec des tensions alternativement positives et négatives $u_1(t)=\pm E=\pm 12\text{ V}$ et $u_2(t)=\pm E=\pm 12\text{ V}$;

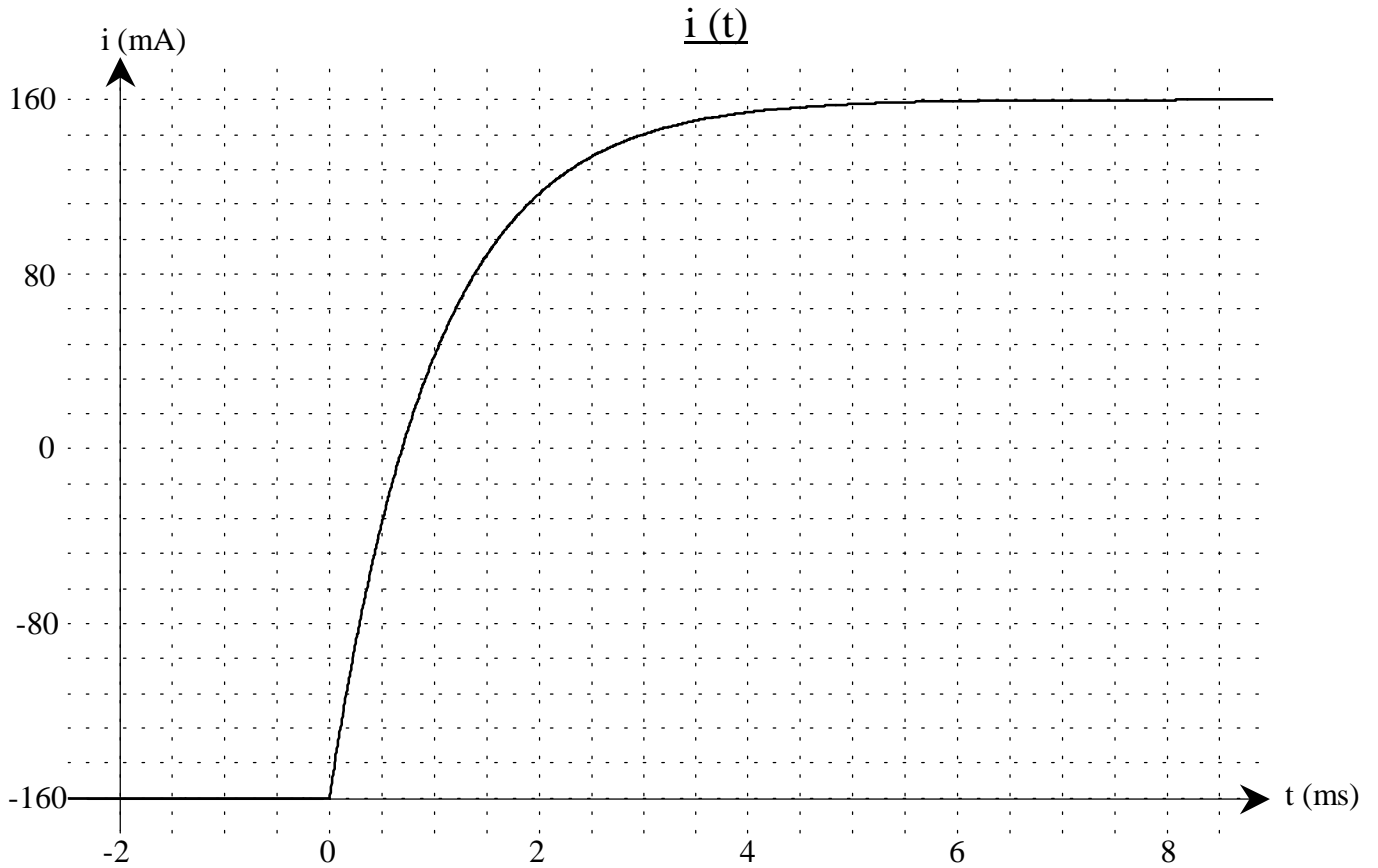
- 1) Démontrer que la vitesse de rotation angulaire Ω_{IA} de l'instrument astronomique autour de l'axe horaire (vitesse qui est identique à celle de la Terre) vaut $15'' \cdot s^{-1}$ (seconde d'arc/seconde). On rappelle que 1° (degré) = $60'$ (minute d'arc) et que $1'$ (minute d'arc) = $60''$ (seconde d'arc).
- 2) Entre l'arbre du moteur pas à pas et l'axe horaire est disposé un réducteur de vitesse de rapport de réduction $r=25200/1$. Calculer la vitesse de rotation angulaire Ω_M exprimée en $^\circ \cdot s^{-1}$ puis en $\text{rad} \cdot s^{-1}$ de l'arbre du moteur.
- 3) En déduire sa fréquence de rotation N en s^{-1} ou $\text{tr} \cdot s^{-1}$.
- 4) Déterminer son angle de pas θ_p en $^\circ$ (c'est l'angle de rotation du moteur lui permettant de passer d'une position à la suivante).
- 5) Déterminer son angle de pas F_p en $\text{pas} \cdot s^{-1}$ (c'est le nombre de pas effectués à chaque seconde).
- 6) Rotor immobilisé, chaque phase du moteur est équivalente à un résistor R en série avec une inductance L :



Démontrer dans ces conditions que les phases, alimentés sous la tension $u(t)=\pm E$, sont parcourues **en régime établi** par un courant d'intensité :

$$i(t)=\pm I_0=\pm \frac{E}{R}$$

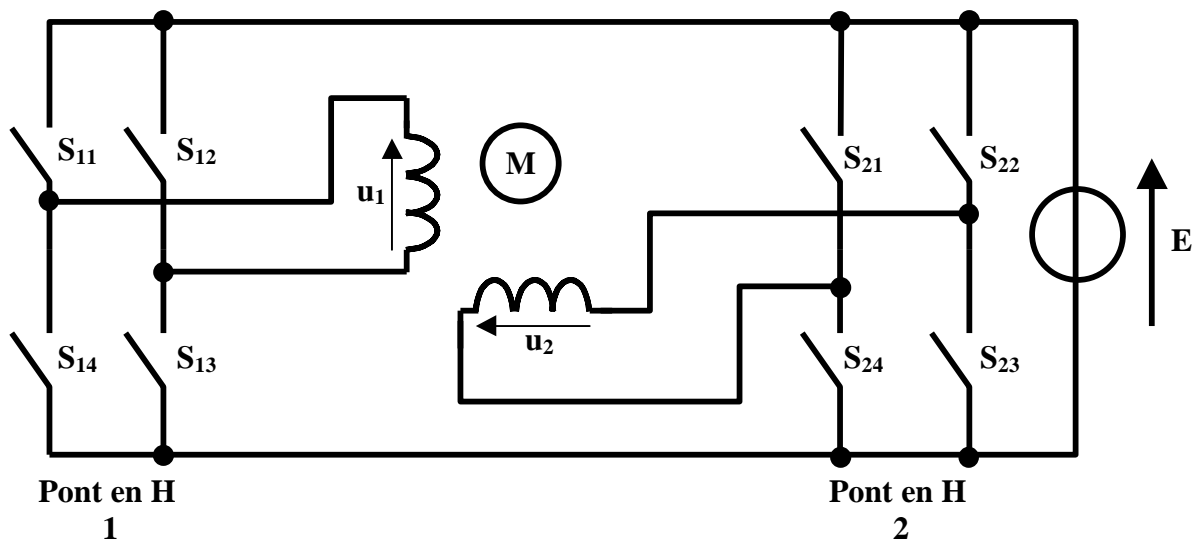
Rotor immobilisé, on a relevé l'oscillogramme suivant du courant circulant dans une phase du moteur au moment où sa tension d'alimentation $u(t)$ passe de $-E$ à $+E$:



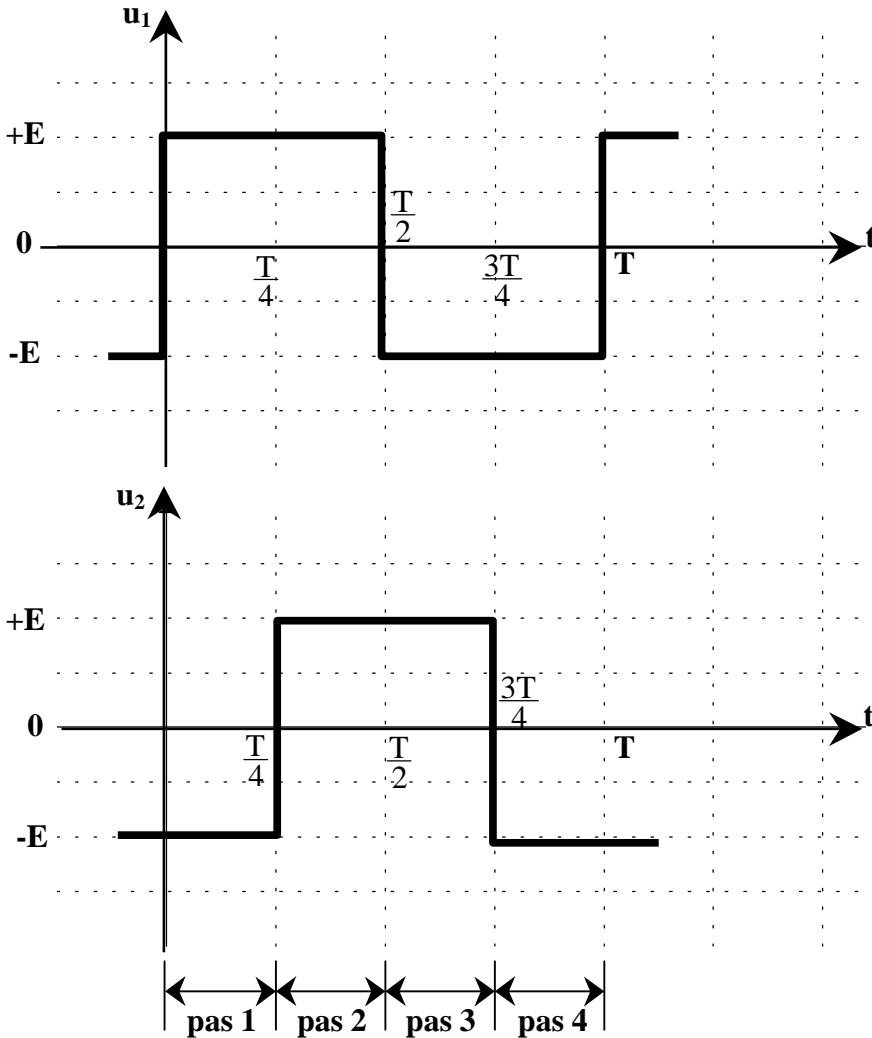
- 7) En déduire la valeur numérique de la résistance R d'une phase du moteur.
- 8) A partir de ce même oscillogramme et en détaillant la méthode utilisée, déterminer la valeur numérique de la constante de temps τ en ms d'une phase.
- 9) Donner l'expression de l'inductance L en fonction de τ et de R puis calculer sa valeur numérique.

II – ETUDE DE L'INTERFACE DE PUISSANCE (3 points)

Elle possède la structure suivante :



Sur 4 pas, les tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$ varient de la manière suivante :

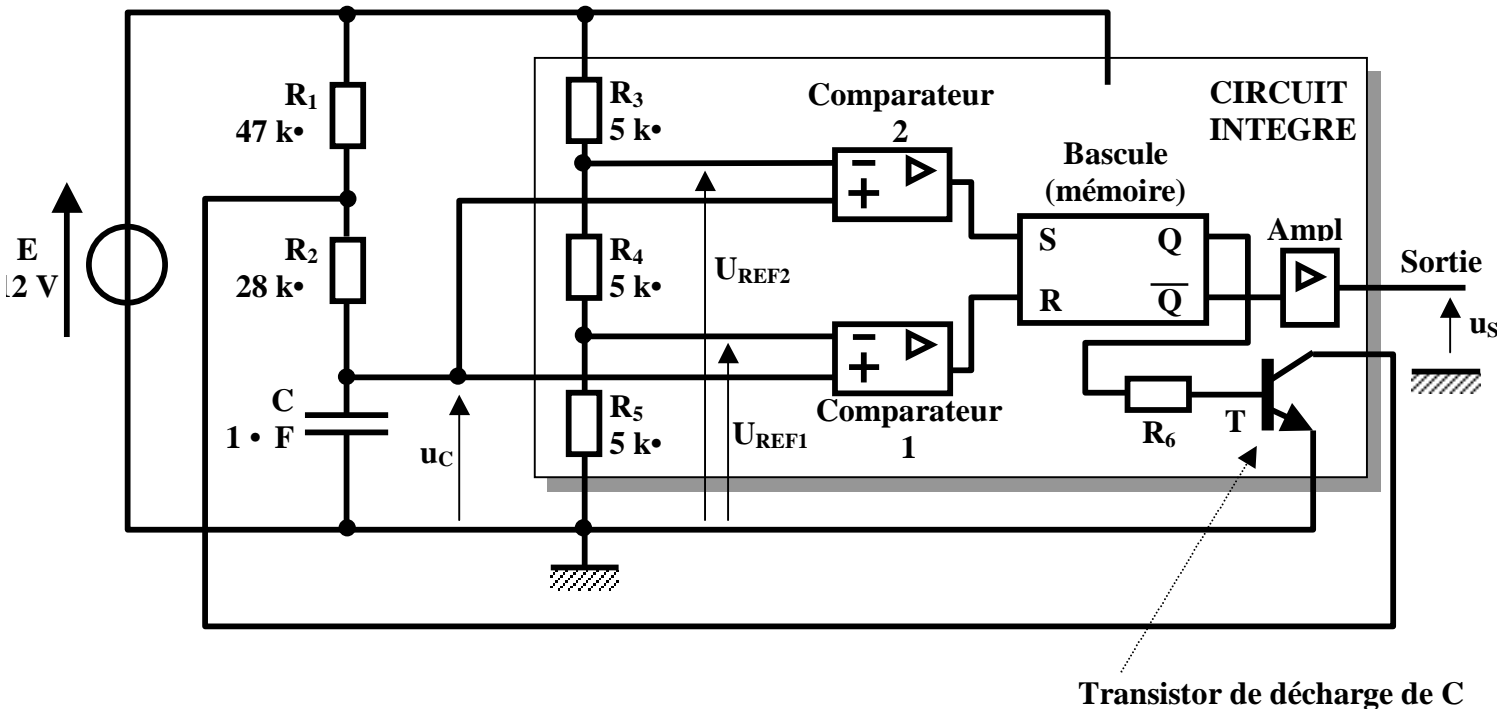


Dans un tableau de même modèle que celui donné ci-dessous, indiquer l'état des interrupteurs des 2 ponts en H constituant l'interface de puissance (interrupteur "fermé", noter "F" et interrupteur "ouvert", noter "O").

PAS	S11	S12	S13	S14	S21	S22	S23	S24
1								
2								
3								
4								

III – ETUDE DE LA BASE DE TEMPS (7.5 points)

Elle comporte un circuit intégré associé à un circuit RC et possède la structure suivante :



- 1) En admettant que les entrées des comparateurs n'absorbent pas de courant, démontrer que :

$$U_{REF1} = \frac{E}{3} \quad \text{et} \quad U_{REF2} = \frac{2E}{3}$$

- 2) Calculer les valeurs numériques de U_{REF1} et U_{REF2} .
 Sur une période de la tension de sortie $u_S(t)$, la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur C croît de U_{REF1} à U_{REF2} (phase charge) puis décroît de U_{REF1} et U_{REF2} (phase décharge) puis le cycle recommence (charge, décharge, charge, décharge, etc....).

Quand la sortie du circuit intégré est au niveau haut, $u_S(t) = E = 12 \text{ V}$ et dans ce cas le transistor T est bloqué : le condensateur se **charge** à travers R_1 et R_2 .

Quand la sortie du circuit intégré est au niveau bas, $u_S(t) = 0 \text{ V}$ et dans ce cas le transistor T est saturé : le condensateur se **décharge** dans R_2 .

On démontre que durant la phase de charge la tension aux bornes de C est de la forme (τ_1 étant la constante de temps du circuit de charge) :

$$u_C(t) = E \left[1 - \frac{2}{3} e^{-\frac{t}{\tau_1}} \right]$$

On démontre également que durant la phase de décharge la tension aux bornes de C est de la forme (τ_2 étant la constante de temps du circuit de décharge) :

$$u_C(t) = \frac{2E}{3} e^{-\frac{t}{\tau_2}}$$

- 3) Etablir que τ_1 et τ_2 valent respectivement 75 ms et 28 ms.
On démontre enfin que la durée t_1 de charge du condensateur vaut $0,693 \cdot \tau_1$ et que sa durée t_2 de décharge vaut $0,693 \tau_2$.
- 4) Calculer les valeurs numériques de t_1 et t_2 en ms.
- 5) Calculer la valeur numérique de la période T en ms du signal généré par la base de temps.
- 6) En déduire sa fréquence F.
- 7) Tracer, sur une période, les graphes de $u_C(t)$ et $u_S(t)$: $1\text{cm} \approx 2\text{V}$ et $1\text{cm} \approx 5\text{ms}$.

IV – MISE EN POSITION RAPIDE (2 points)

En réalité la monture équatoriale possède 2 modes de fonctionnement :

- Un mode "**suivi**" d'étoile pour lequel la base de temps délivre un signal de fréquence $F=14$ Hz ;
- Un mode "**pointage**" d'étoile qui permet d'orienter rapidement l'instrument optique dans la direction de l'étoile à observer et pour lequel, par modifications des caractéristiques de son circuit RC, la base de temps délivre un signal de fréquence $F'=500$ Hz.

- 1) Calculer la vitesse de rotation angulaire Ω' en $'' \cdot \text{s}^{-1}$ de l'axe horaire en phase de pointage.
- 2) Quelle durée t, exprimée en s, nécessite, en phase de pointage et autour de l'axe horaire, une rotation angulaire $\theta=10^\circ$ de l'instrument optique installé sur la monture équatoriale ?